Ensayo sobre el libro Gödel, Escher, Bach: un Eterno y Grácil Bucle

Libro de Douglas Hofstadter

Autor: Sebastian Bovea Pedraza.

*Ingeniería de sistemas y computación, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia.*

Correo-e: [sebastian.bovea@utp.edu.co](mailto:sebastian.bovea@utp.edu.co)

***Resumen*— Por medio del trabajo de tres grandes maestros el autor del texto Douglas hofstadter nos da a conocer más profundamente el concepto de bucle, son tres ramas diferentes (pictórica, musical y matemática) donde se puede demostrar cómo se comportan los bucles extraños en los sistemas y también como por medio de intuiciones simples y antiguas (una escala musical o una escalera en el caso de Escher se puede explicar y relacionar un problema matemático complejo, en este ensayo observaremos estos casos y se harán observaciones acerca de los bucles como tema principal.**

***Palabras clave-bucle, sistemas complejos, escala musical, bucles extraños, problema matemático complejo*.**

***Abstract*— Through the work of three great teachers, the author of the text Douglas Hofstadter gives us a deeper understanding of the concept of the loop, they are three different branches (pictorial, musical and mathematical) where you can demonstrate how strange loops behave in systems and Also as by means of simple and old intuitions (a musical scale or a ladder in the case of Escher can explain and relate a complex mathematical problem, in this essay we will observe these cases and observations will be made about the loops as the main theme.**

***Key Word* —** **key-loop, complex systems, musical scale, strange loops, complex mathematical problem.**

1. INTRODUCCIÓN

Douglas Hofstadter un pensador de nuestro siglo es el creador de esta gran obra de la cual estaremos hablando en el presente ensayo (Gödel, Escher, Bach: un eterno y grácil bucle) que se publicó en 1979 y que además también ganó el Premio Pulitzer de ensayo en 1980. De cierta manera haremos un ensayo dentro del ensayo que hizo Hofstadter con el fin de entender más en una posición de estudiante el concepto de bucle y bucle infinito. es muy importante obviamente decir que este es un análisis un poco general de esta gran obra contemporánea.

1. CONTENIDO

el libro Gödel, Escher, Bach: un eterno y grácil bucle empieza comentando sobre como las composiciones de Johann Sebastián Bach compositor, organista, clavecinista, violinista, violista, maestro de capilla y cantor alemán del periodo barroco utiliza ciertos bucles en sus composiciones musicales, lo podemos ver en los cánones y fugas de estas. Analizando un poco el texto, el autor plantea la idea de que a Bach le fascinaba crear cánones y fugas pero le encantaba también la idea de que estos procesos se siguieran y se siguieran al infinito o lo que el mismo denominaba canon en perpetuo ascenso.

Otro de los títulos del libro habla de las composiciones pictóricas del holandés Maurits Cornelis Escher que vivió entre 1902 y 1972 donde en sus grabados xilográficos muestra obras imposibles y mundos imaginarios, muchos de ellos tienen como raíz la paradoja, la ilusión y el doble sentido. En este libro podemos observar varias réplicas de sus obras, obras basadas en principios matemáticos de simetría o de esquema; en esta parte del texto el autor por medio de las mismas réplicas de Escher nos muestra como las obras pictóricas se convierten en un bucle extraño y frecuente, también nos da una ilustración de como Bach y Escher de épocas totalmente distintas como el mismo lo dice “están tocando un mismo tema en dos claves distintas: la musical y la pictórica”.

Y para finalizar con los temas centrales del libro aparece Kurt Gödel contemporáneo del artista Escher, un lógico, matemático y filósofo austríaco, considerado uno de los lógicos más importantes de todos los tiempos. Su trabajo ha tenido un impacto inmenso en el pensamiento científico y filosófico del siglo XX. Como lo hicieron Bach y Escher el trabajo de Gödel corresponden a intuiciones muy simples (una escala musical, una escalera) pero en este caso el maestro cae en cuenta de un bucle extraño en los sistemas matemáticos en palabras del autor del texto a Gödel se le ocurrió la idea de utilizar el razonamiento matemático para explorar el razonamiento matemático, Gödel intuyo que una proposición de teoría de los números podía hablar de una proposición de teoría de los números.

Los avances lógicos del maestro Gödel no se dieron de un momento a otro y en esto hace énfasis el autor del texto poniéndonos un poco en contexto; este; el autor nos ,muestra que durante largo tiempo se había dado por sentado que geometría era aquello que Euclides había codificado también nos muestra que en los trabajos de Euclides se encontraban fallas, pero eso carecía de importancia; todo progreso real en el campo de la geometría era simplemente ampliar a Euclides, pero esta idea quedo sacudida cuando se hizo el descubrimiento de la geometría no euclidiana, descubrimientos que escandalizo a la comunidad matemática. Un poco mas tarde los lógicos del siglo XIX elaboraron formalizaciones un poco mas estrictas que las de Euclides, todos estos esfuerzos iban enderezados a una meta: aclarar que es lo que entendemos por demostración.

Entre los grandes avances que se dieron en el campo lógico estaban los de Georg Cantor quien formulo una teoría de diferentes clases de infinitos, conocida con el nombre de teoría de conjuntos, al cabo de un tiempo habían salido varias paradojas acerca de la teoría de conjuntos una de las que me llamo la atención es la que dice que: existen conjuntos que se devoran entre ellos mismos, que se incluyen a si mismos en cuanto miembros, por ejemplo el conjunto de todos los conjuntos o el conjunto de todas las cosas.

Pero aunque estos grandes personajes de la logia aportaron mucho a la ciencia y a las matemáticas simpre quedaba una duda y una pregunta crucial: ¿Qué es lo que funciona mal en el concepto intuitivo de conjunto? ¿Por qué no hacer una teoría rigurosa de conjuntos que, además de corresponder fielmente a nuestras intuiciones, quede a salvo de toda paradoja?

Entre 1910 y 1913 Russell y Whitehead elaboran un descomunal esfuerzo para dejar limpio de bucles extraños de la lógica, la teoría de conjuntos y la teoría de los números, la idea de su sistema era básicamente esta: “un conjunto del tipo más bajo no puede tener entre sus miembros otros conjuntos, sino únicamente objetos”. Pero sin embargo los matemáticos y los lógicos habían comenzado a abrigar serias dudas en cuanto a la solidez de los fundamentos en que se basaban incluso las teorías más concretas, por ejemplo el estudio de los números enteros (teoría de los números enteros).gran fuente de controversia fue justamente la pregunta de si la matemática y la lógica son cosas distintas, si existen aparte la una de la otra. El quehacer más urgente de los matemáticos fue determinar la verdadera naturaleza del razonamiento matemático ¿Cuáles son los métodos o procedimientos legítimos, y cuales los ilegítimos?. Tal fue la meta de los principia mathematica cuyos autores (Russell y Whitehead) se propusieron a derivar toda la matemática de la lógica esta gran obra fue admirada por todo el mundo aunque nadie estaba seguro de si toda la matemática quedaba realmente englobada en los métodos diseñados por ellos y ni siquiera si estos métodos eran coherentes consigo mismos s pesar de todos los avances y esfuerzos de Russell y Whitehead no era absolutamente claro si siguiendo los métodos de ellos ningún matemático del mundo podría llegar nunca a resultados contradictorios.

Estos interrogantes e inquietudes torturaron particularmente a David Hilbert un distinguido matemático alemán quien se planteó como reto demostrar rigurosamente que el sistema definido en los principia mathematica eran no solo coherentes sino también completos, el reto era tremendo pero también muy criticado por ser un tanto circular pues ¿Cómo va uno a justificar sus métodos de razonamiento con base en esos mismos métodos de razonamiento? Pero Hilbert esperaba que una simple porción de la totalidad de los métodos matemáticos sirviera para demostrar la solidez de todo. El objetivo de Hilbert ocupo la cabeza de los mayores matemáticos del mundo durante los treinta primeros años del siglo pasado.

Fue en el año 1931 cuando publico Gödel un artículo que de varias maneras desmontaba por completo el programa de Hilbertl, el trabajo de Gödel revelaba no solo que había agujeros irreparables en el sistema axiomático propuesto por Russell y Whitehead sino también que absolutamente ningún sistema axiomático podía producir todas las verdades relativas a la teoría de los números, salvo que se tratara de un sistema no coherente; Gödel no destruyo los principia mathematica pero los hizo muchísimo menos interesantes para los matemáticos.

Cuando salió a la luz el artículo de Gödel, el mundo estaba casi a punto de producir computadoras digitales electrónicas. Esta idea de máquinas calculadoras automáticas andaba en el aire desde hacía tiempo. En el siglo XVIII pascal y Leibniz diseñaron maquinas capaces de realizar operaciones fijas(suma y multiplicación) pero estas máquinas no tenían memoria y además no eran programables.

Babbage fue el creador de la máquina de diferencias un hombre que se adelantó cien años a su tiempos (además de ser el inventor de los principios básicos de las computadoras modernas, fue uno de los primeros que lucharon contra la contaminación por ruido).

Babbage estaba obsesionado con una maquina “la maquina analítica” s diferencia de otras máquinas esta iba a poseer al mismo tiempo un almacén (memoria) y un molino (unidad encargada de calcular y de hacer decisiones); Babbage tuvo una visión de números entrando y saliendo en enjambres de molino bajo el control de un programa contenido en tarjetas perforadas (la inspiración de esta idea le vino del telar de Jacquard).muchos de los amigos de Babbage eran muy conscientes de que con el invento de la maquina analítica la humanidad le estaba guiñando el ojo a la inteligencia mecanizada.

Entre 1930 y 1950 se diseñaron y construyeron los primeros “cerebros electrónicos gigantes” que crearon conexiones interdisciplinarias entre campos antes inconexos: la teoría del razonamiento axiomático, el estudio de la computación mecánica y la psicología de la inteligencia.

Surgieron en esa época varios interrogantes a partir de estos avances uno de ellos era el concepto de inteligencia y sus características, del texto me gustaron los siguientes conceptos sobre esta:

“Responder muy flexiblemente a las situaciones; sacar provecho de circunstancias fortuitas; hallar sentido en mensajes ambiguos o contradictorios; conocer la importancia relativa de los diferentes elementos de una situación; encontrar semejanza entre varias situaciones, pese a las semejanzas que puedan separarlas; descubrir diferencias entre varias situaciones, pese a las semejanzas que puedan vincularlas; sintetizar nuevos conceptos sobre la base de conceptos viejos que se toman y se reacomodan de nuevas maneras; salir con ideas novedosas”.

En esta época surgieron grandes interrogantes entre ellos y quizá de los más importantes fue ¿Cómo programar la conducta inteligente? ¿Qué clase de reglas podría llegar a abarcar todo eso que para nosotros es la conducta inteligente?

Todos estos interrogantes llevaron a la siguiente conclusión: en la inteligencia hay sin duda alguna, bucles extraños fundados en reglas que, directa o indirectamente se alteran a si misma.

Para explicar mejor el concepto de inteligencia y todo lo que ella abarca el autor del libro nos muestra por medio de paradojas varios ejemplos.

Una de estas paradojas es una modificación de la paradoja de Aquiles y la tortuga que el autor llama “invención a tres voces” donde nos muestra como la inteligencia de alguna forma crea ilusiones a través de los sentidos creando lo que para nosotros son realidades o como lo diría el maestro Zenón uno de los protagonistas de esta paradoja: “la realidad es una, inmutable e inalterable, y que toda pluralidad, todo cambio y movimiento son meras ilusiones de los sentidos”.

Otro de los ejemplos o paradojas que utiliza el autor del texto es el acertijo MU cuyo propósito es la definir un sistema formal; el propósito o aplicación del acertijo MU permitía transformar una cadena en otra distinta a partir de unas reglas establecidas. Este acertijo lo que nos permite concluir es que todo sistema formal cuenta con reglas de derivación de símbolos, tales como las cuatro reglas del sistema MIU. Este acertijo de alguna forma también nos muestra una de las muchas diferencias entre la inteligencia de seres humanos y máquinas.

En mi opinión los aportes de todos estos grandes maestros de su época (Gödel, Escher, Bach) fueron valiosísimos pero tal vez por el interés que me generan los sistemas a mi parecer fue un gran aporte el de Gödel, pero hasta el momento no hemos mencionado a plenitud cuales fueron estos valiosísimos aportes.

En 1931 Gödel publico sus célebres teoremas de la incomplitud en este teorema Gödel demostró:

1 Que si un sistema es coherente no puede ser completo.

2. la consistencia de los axiomas no pueden demostrarse en el interior del sistema.

Estos teoremas finalizaron medio siglo de intentos académicos (comenzando con el trabajo de Frege y culminando con los principia mathematica y en el formalismo de Hilbert) por encontrar un conjunto de axiomas suficiente para toda la matemática. El teorema de la incomplitud implica también que no toda la matemática es computable.

La idea básica del teorema de la incomplitud es bastante simple. Esencialmente, Gödel construyo una fórmula que asegura ser no demostrable para cierto sistema formal. Si fuera demostrable seria falsa, lo cual contradice el hecho de que en un sistema consistente las proposiciones demostrables son siempre verdaderas. De modo que siempre habrá por lo menos una proposición verdadera pero no demostrable. Esto es, para todo conjunto de axiomas de la aritmética construible por el hombre existe una fórmula que se obtiene de la aritmética pero es indemostrable en ese sistema. Sin embargo, para precisar esto Gödel necesitaba resolver varias cuestiones técnicas, tales como proposiciones de codificación y el concepto mismo de demostrabilidad en la teoría de los números naturales. Esto último lo realizo mediante un proceso denominado numeración de Gödel.

En palabras más sencillas Gödel demostró que para estudiar un sistema es necesario extraer parte de ese sistema que a su vez se convierte en un nuevo sistema que también a su vez se convierte en otro nuevo sistema llevándonos a un ciclo o bucle infinito.

Podemos decir a modo de conclusión que estos grandes maestros en cada uno de sus campos hicieron grandísimos aportes y crearon sistemas tan complejos como la inteligencia misma, el caso de Gödel me parece muy especial e interesante, pues él tuvo que oponerse a los pensamientos planteados de su época para demostrar sus célebres teoremas y hacernos caer en cuenta del mundo tan complejo en el que vivimos. Para cerrar este escrito me gustaría citar la frase de un proverbio chino que dice: “ el simple aleteo de las alas de una mariposa pueden provocar un Tsunami al otro lado del mundo así como también ese mismo aleteo puede cambiar el mundo". En mi concepción esta frase nos muestra la complejidad del mundo y sus interrelaciones, todo esta tan interconectado que la frase anterior aunque uno no crea puede ser verdadera y tal vez esto fue lo que vieron Gödel, Escher, Bach en cada uno de sus campos, donde atreves de elementos al parecer muy simples crean mundos complejos e infinitos.

RECOMENDACIONES

Como opinión personal este es un libro que se debe leer casi que obligatoriamente para todo aquello que involucra el campo de los sistemas, nos demuestra por medio de ejemplos simples y un lenguaje moderno conceptos como el de sistema y bucles infinitos que en ciertas ocasiones es un poco difícil de explicar y entender.

REFERENCIAS

1. **HOFSTADTER D.** " GÖDEL, ESCHER, BACH: UN ETERNO Y GRÁCIL BUCLE," *CONSEJO NACIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA MEXICO.* pp. 945, 1979.

.